

FEM modellering av instabilitetsproblem

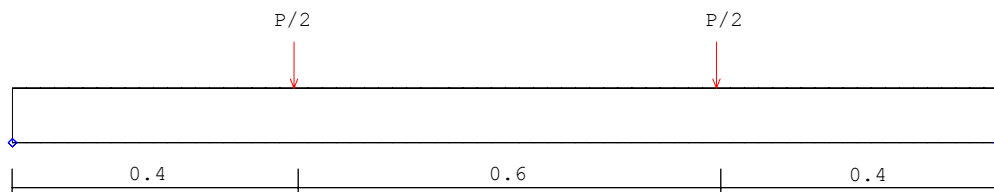
Richard Malm, Andreas Andersson
KTH Brobyggnad

Uppgiftsbeskrivning

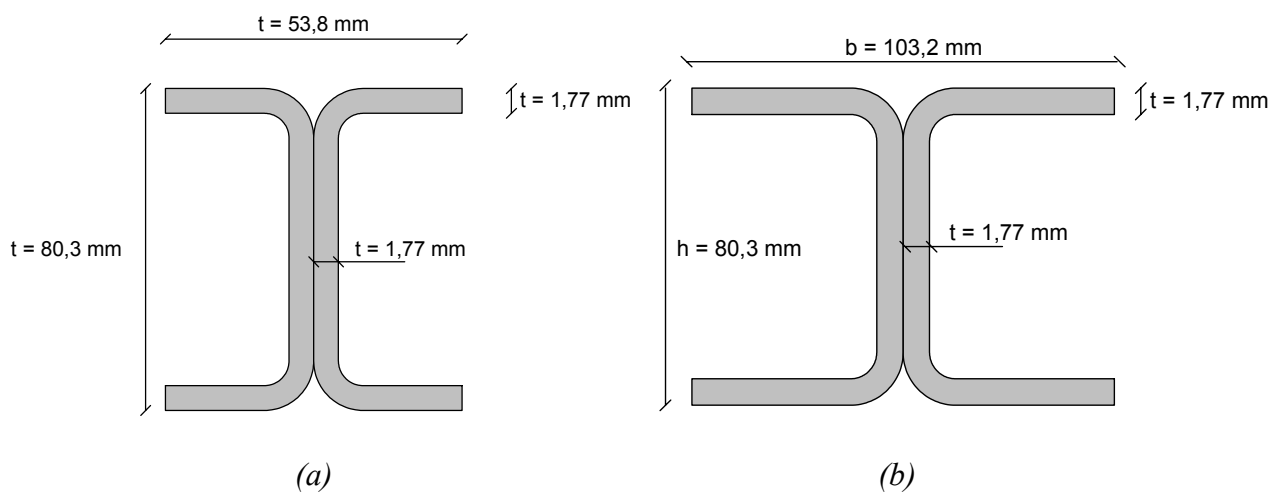
En balk med I-tvärsnitt bestående av två hopsvetsade U-profiler är fritt upplagd med en spännvidd 1.4 m. Balken belastas av två punktlaster angripande 0.4 m från varje stöd, enligt figur 1.1.

Två balkar med olika dimensioner, angivna i figur 1.2, studeras med avseende på bärförmåga. Balkarnas bärförmåga begränsas till stabilitetsbrott då ingen stagning förekommer. Beteendet vid brott är att balk A vippar och balk B flänsbucklar. Balkarna belastas i labb där uppmätt bärförmåga är 16.0 kN för balk A och 24.5 kN för balk B.

Uppgiften omfattar att beräkna bärförmågan av ovanstående balkar med finita element metoder.



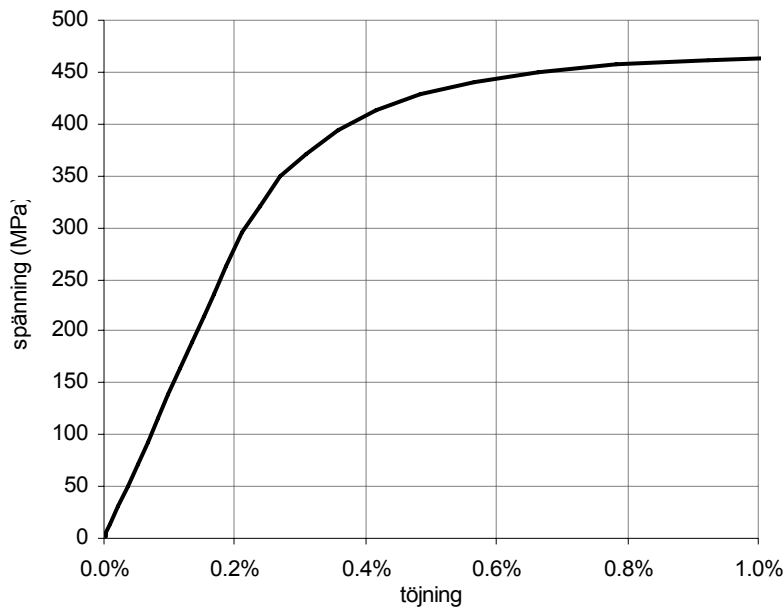
Figur 1.1 Mått och laster.



Figur 1.2 Tvärsnitt för a) Balk A, b) Balk B.

Materiallegenskaper

Ett dragprov av balkens material har utförts och resulterande arbetskurva återfinns i figur 1.3.

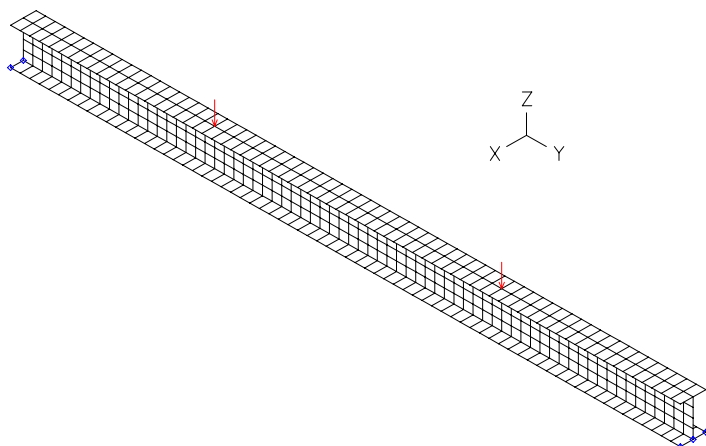


Figur 1.3 *Arbetskurva för balkens stål.*

Beräkningsmetod

Beräkningarna har utförts med två olika FE-system, ABAQUS 6.5 och SOLVIA03. I båda programmen har samma förutsättningar och metod används gällande geometri, material, laster, randvillkor och beräkningsmetodik.

Balken modelleras med skalelement där geometrin i figur 1.1 har förenklats till ett I-tvårsnitt med räta flänsar och liv, se figur 1.4. Lasterna förs in i överflänsen centriskt över livet. Upplagen begränsas till underflänsens rand som är låst endast i höjddled. För att hålla balken på plats låses även hörnpunkterna mellan liv och underfläns för all translation i ena änden och för tvärgående translation, i andra änden.



Figur 1.4 *FEM modell balk A.*

Balken tilldelas ett icke linjärt material som följer arbetskurva enligt figur 1.3. Det elastiska området begränsas till 300 MPa där materialet har E-modulen 136 GPa. I SOLVIA beskrivs materialet enligt:

```
MATERIAL 1 PLASTIC-MULTILINEAR E=136E9 NU=0.3 YIELD=300E6
  2.7E-3 350E6
  3.7E-3 400E6
  5.0E-3 430E6
  7.0E-3 450E6
 10.0E-3 460E6
 100E-3 500E6
```

För att göra motsvarande materialdefinition i ABAQUS måste materialet beskrivas i *true stress* respektive *plastic strain*, där true stress kompenserar för minskningen i area hos provkroppen som sker vid dragprov och *plastic strain* är den töjningen som kvarstår vid eventuell avlastning efter att plasticering inträffat.

```
*Elastic
136364., 0.3
*Plastic
300.66, 0.
350.94, 0.000123
401.48, 0.000749
432.14, 0.00182
453.14, 0.00365
464.58, 0.00654
547.66, 0.0913
```

I FEM modellerna införs imperfektioner genom importering av bucklingsmoder från en föregående bucklingsanalys av balken. Imperfektioner från flera moder kan föras in där varje mod tilldelas en skalfaktor som styr imperfektionens storlek. Imperfektionerna varieras för att studera vilka moder som bidrar till den brottmekanism som uppkom vid labbförsök samt studera hur mycket imperfektionernas storlek betyder för bärförmågan.

Vid labbförsöket belastades balkarna med en lastcell och en I-profil upplagd på stålrollar och stålplattor används för att fördela lasten till lastpunkterna, se figur 1.5.

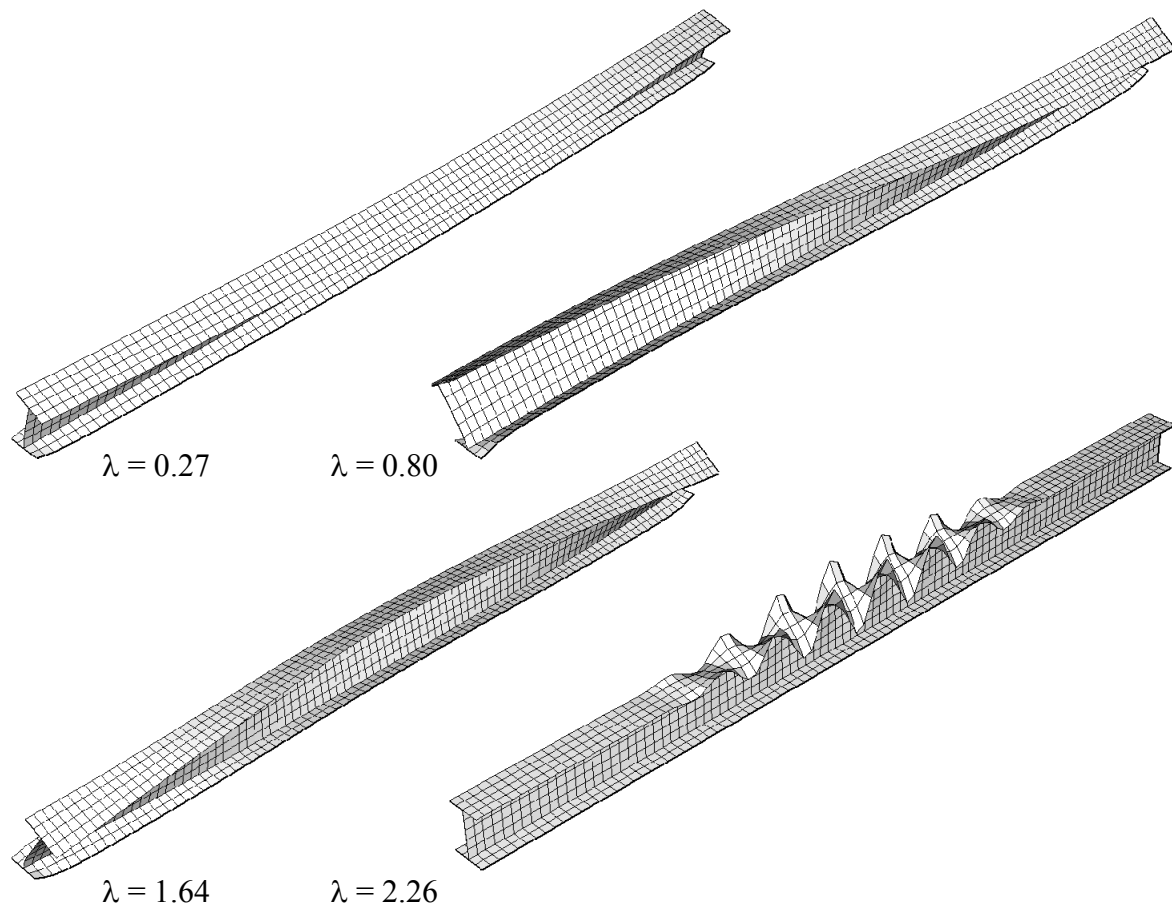


Figur 1.5 *Lastuppställning från labbförsök av balk A.*

Bärförmågan i FEM modellen beräknas med en laststyrd iterationsprocess som möjliggör avlastning. I SOLVIA används analysmetoden AUTOMATIC-ITERATION och i ABAQUS används STATIC, RIKS. I SOLVIA styrs processen genom att definiera en initiell förskjutning i en nod och riktning, vilket avgör lastökningen i följande steg. Då konvergens för en ytterligare lastökning inte är möjlig inom angivna toleranser, sker avlastning. Beräkningarna fortgår tills antingen antalet angivna beräkningssteg eller angiven maximal förskjutning uppnås.

Resultat balk A – vippning

Bärförmågan hos balk A begränsas av vippning och i labb uppmätt last var 16.0 kN. En bucklingsanalys av balken, figur 1.6, visar att de fyra första egenvärdena är $\lambda = 0.27, 0.80, 1.64$ och 2.26 . Egenvärdet λ anger den lastandel som åtgår för att uppnå stabilitetsbrott enligt aktuell mod. Detta innebär att stabilitetsbrott enligt enbart 1:a eller 2:a moden ger en lägre belastning än den som uppmättes i labbet. Anledningen till detta kan vara antingen att imperfektioner av högre ordning styr stabilitetsbrottet eller att konstruktionen på något sätt är förhindrad att böja ut enligt de första moderna, t.ex. genom någon form av stagning.

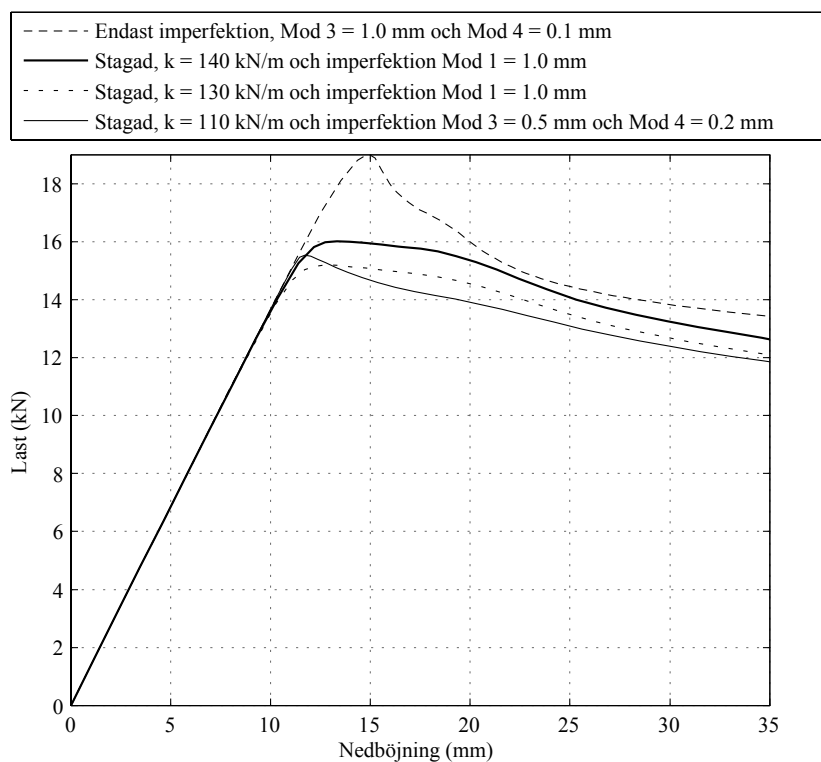


Figur 1.6 *De fyra första bucklingmoderna för balk A.*

Vid uppmätt bärförmåga kan imperfektioner från ett antal bucklingsmoder anpassas som $u = \sum u_i \lambda_i$, tills önskad lastkapacitet uppnås. För att detta ska vara giltigt krävs att tillräckligt många moder tas med samt att modellen är korrekt beskriven gällande material, geometri och randvillkor. Om effekt av t.ex. stagning påverkar bärförmågan kan en lämplig stagningskraft i kombination med en enskild bucklingsmod ge samma bärförmåga som enbart imperfektioner.

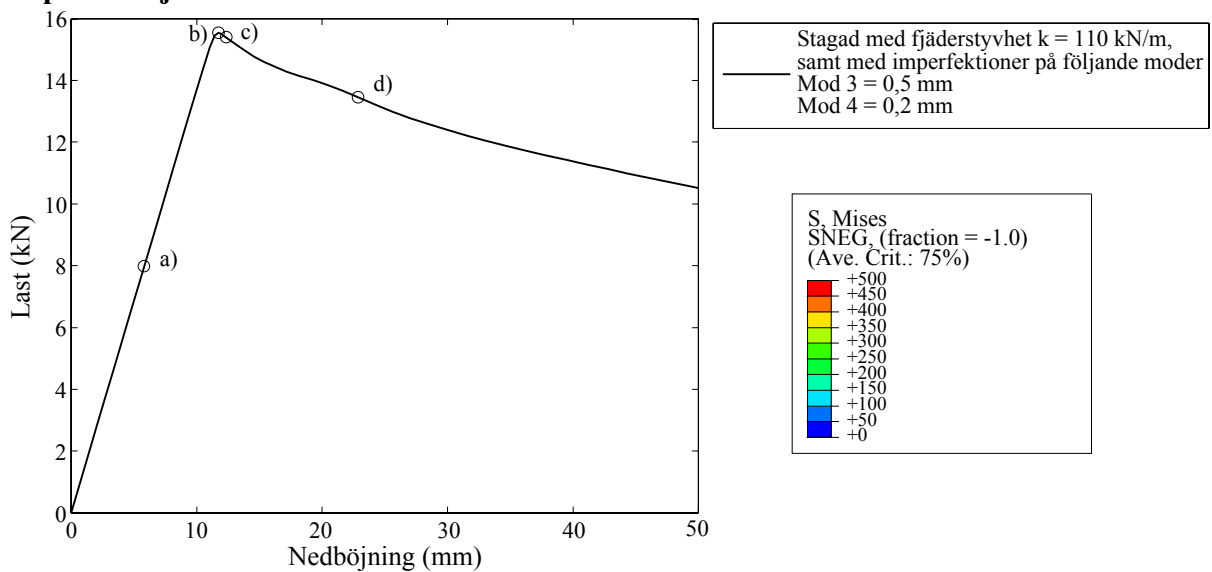
För att tydligare avgöra balkens verkliga beteende krävs att last – deformationskurvan är känd.

Figur 1.7 visar last - deformationskurva för olika stagningskrafter och imperfektioner. Stagningen anges som en fjäder med konstant styvhet angripande transversellt balken vid lastpunkterna. Vid FEM beräkningarna erhålls framförallt två modeller som gav både bra resultat beträffande bärförmåga samt framförallt ett bra brottbeteende. Vid labbförsöket observerades även att balken initieellt böjs och därefter sker vippning. De två FEM modeller som presenteras i figur 1.8 – 1.11 gav just detta beteende och dessutom erhöles en god approximation av den uppmätta bärförmågan. Den stagade balken med fjäderstyvheten 110 kN/m och imperfektionerna 0.5 mm från mod 3 respektive 0.2 mm från mod 4 gav en lastkapacitet på 0.97 gånger den i labbet uppmätta lasten. För fjäderstyvheten 140 kN/m i kombination med imperfektionen 1 mm från mod 1 fås lastkapaciteten 1.01 gånger den i labbet uppmätta lasten.



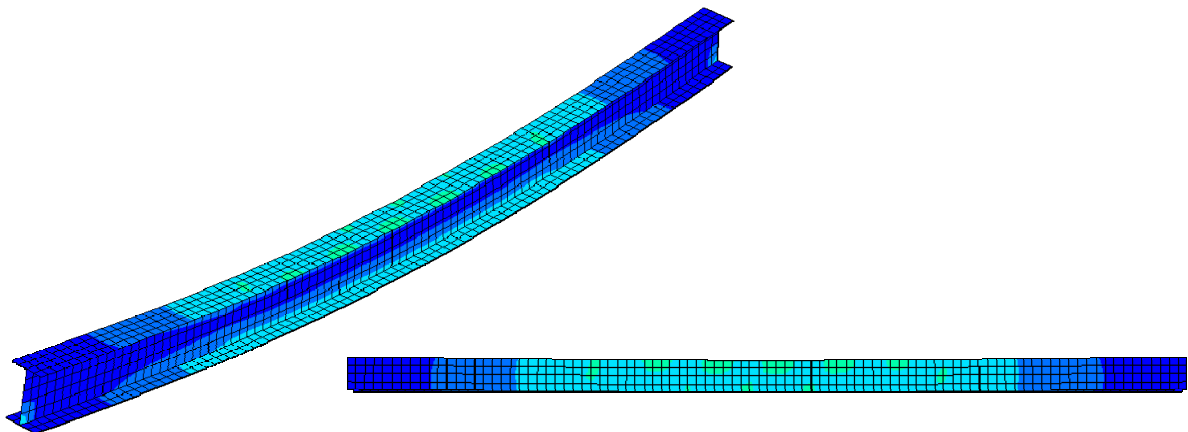
Figur 1.7 Last – deformationskurva för stagad och ostagad balk.

Stagning med fjäderstyvhet 110 kN/m samt imperfektion 0,5 mm och 0,2 mm från tredje respektive fjärde moden

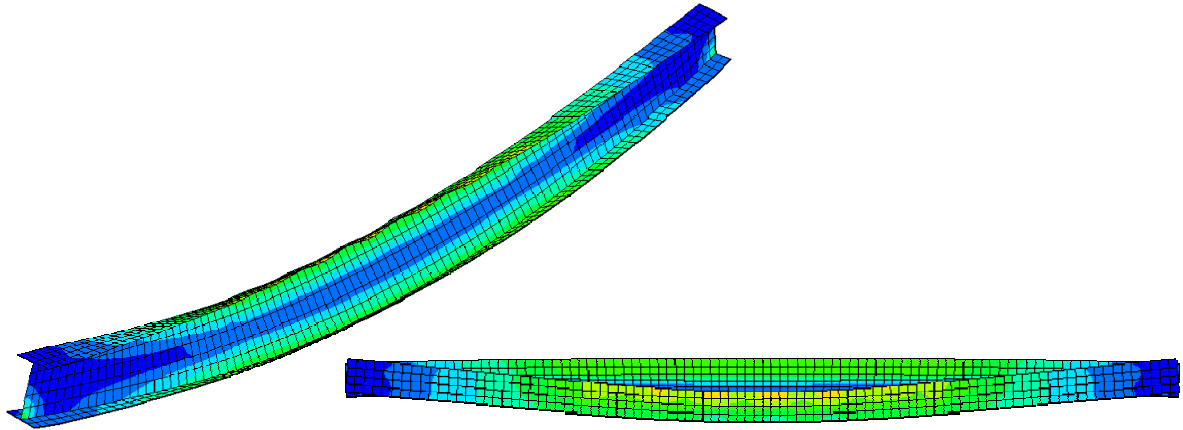


Figur 1.8 Last – deformationskurva för balk med stagning och imperfektioner.

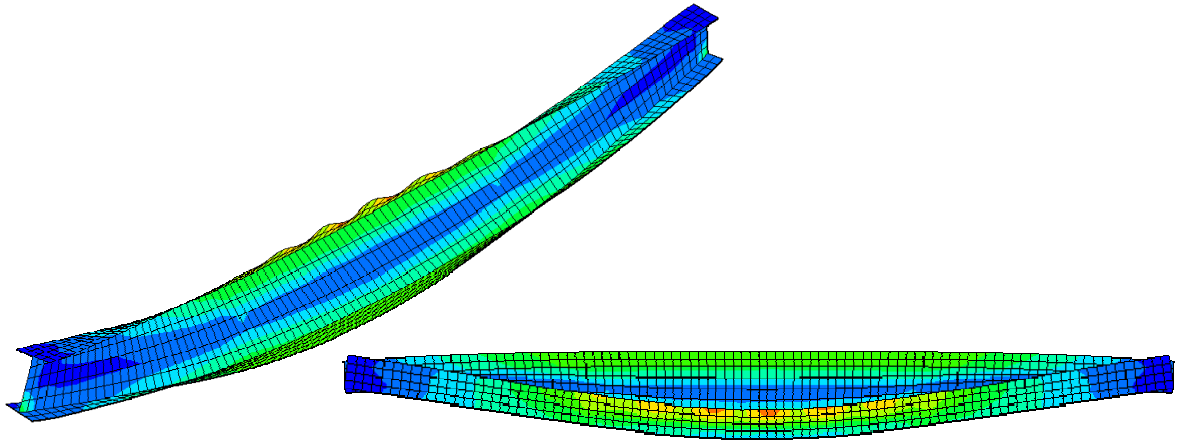
Den stagade balken med fjäderstyvheten 110 kN/m ges imperfektioner 0.5 mm från mod 3 och 0.2 mm från mod 4. Mod 1 och 2 exkluderas eftersom dessa tenderar att ge betydligt lägre lastnivåer vid denna fjäderstyvhet. Detta innebär att ren vippningen enligt första moden inte inträffar. Från labbförsöket observerades även att balken initieellt tenderade att böjas för att sedan vippa ut och liknande beteende uppnås även i FEM modellen och illustreras i figur 1.9.



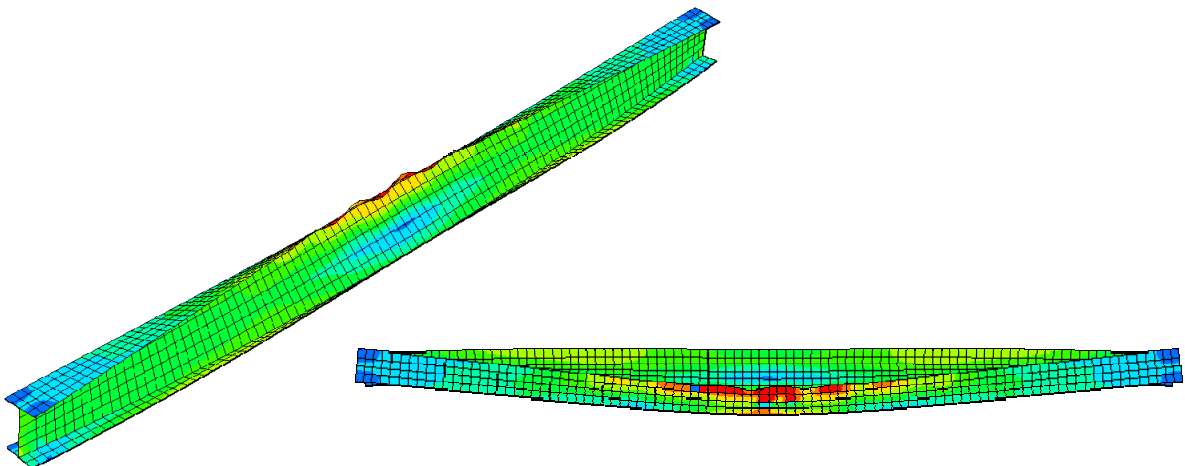
a) Lastnivå 8 kN, linjärt samband mellan last och mittnedböjning, balken utsätts för ren böjning. Skalfaktor 10.



b) *maximal last 15.8 kN uppnås och balken har börjat vippa. Den tryckta överfläsen börjar buckla. Skalfaktor 10.*



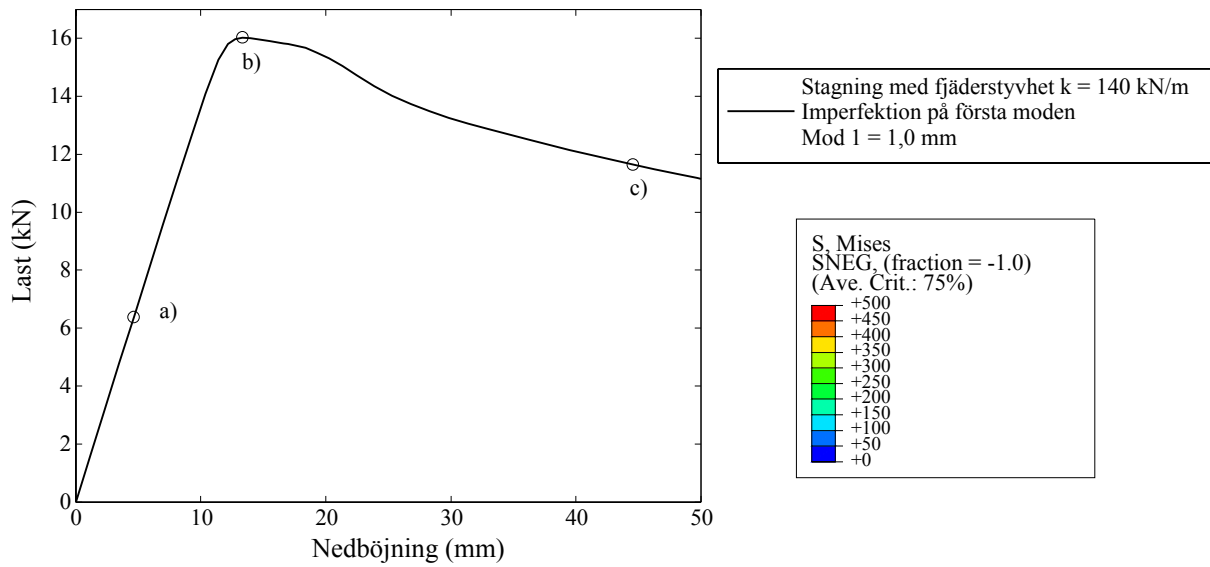
c) *Vid avlastning ökar vippningen kraftigt. Plasticering uppträder vid den tryckta kanten på överfläsen. Skalfaktor 10.*



d) *Avlastning till 13.5 kN. Vippning och plasticering av den tryckta kanten fortskrider. Skalfaktor 2.*

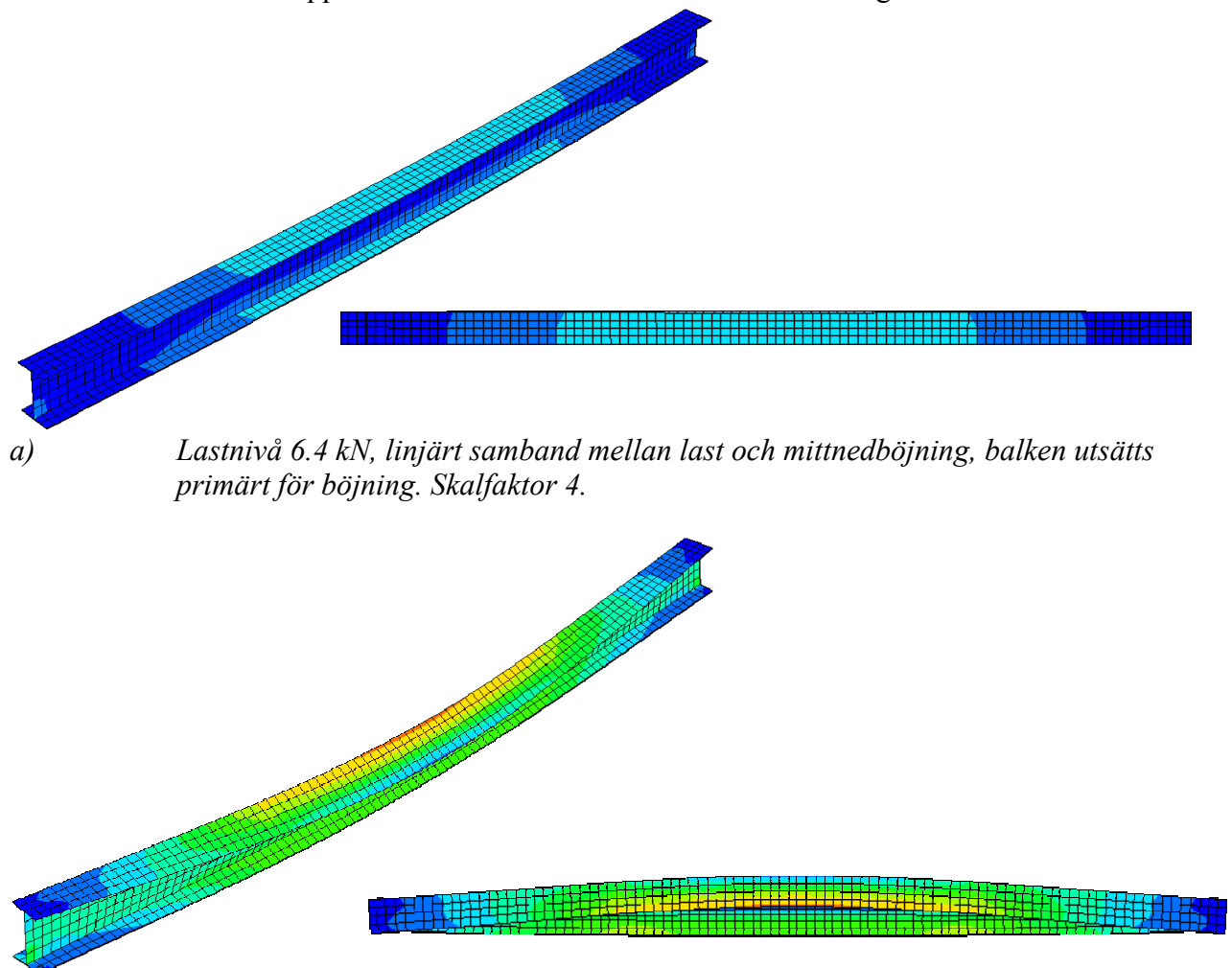
Figur 1.9 *Balkens beteende vid lastnivåer a – d enligt figur 1.8.*

Stagning med fjäderstyvhet 140 kN/m samt imperfektion 1,0 mm från första moden

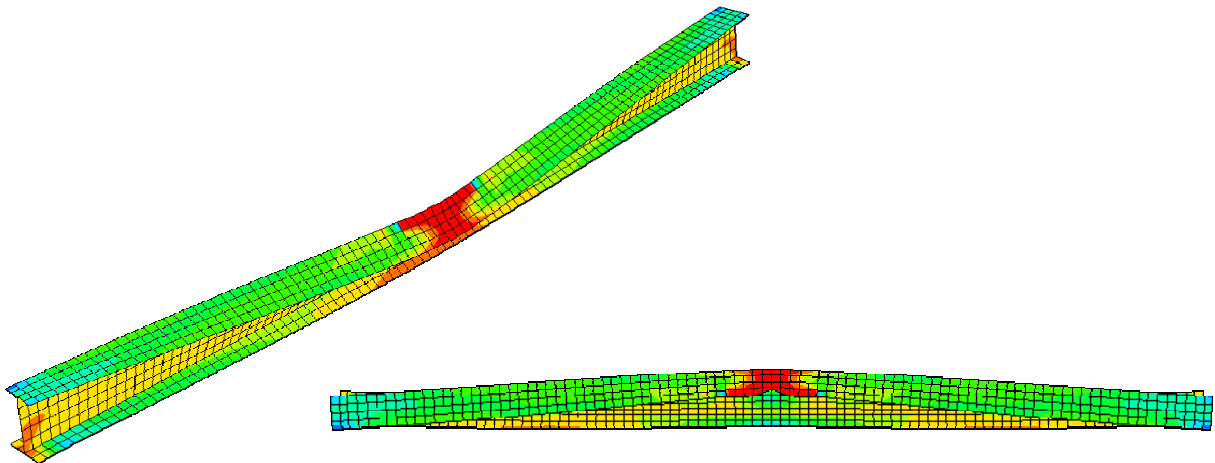


Figur 1.10 Last – deformationskurva för balk med stagning och imperfektioner.

Den stagade balken med fjäderstyvheten 140 kN/m ges imperfektioner 1.0 mm från mod 1. Från labbförsöket observerades att balken initiiellt tenderade att böjas för att sedan vippa ut och liknande beteende uppnås även i FEM modellen och illustreras i figur 1.11.



b) maximal last 16.1 kN uppnås och balken har börjat vippa.. Skalfaktor 4.

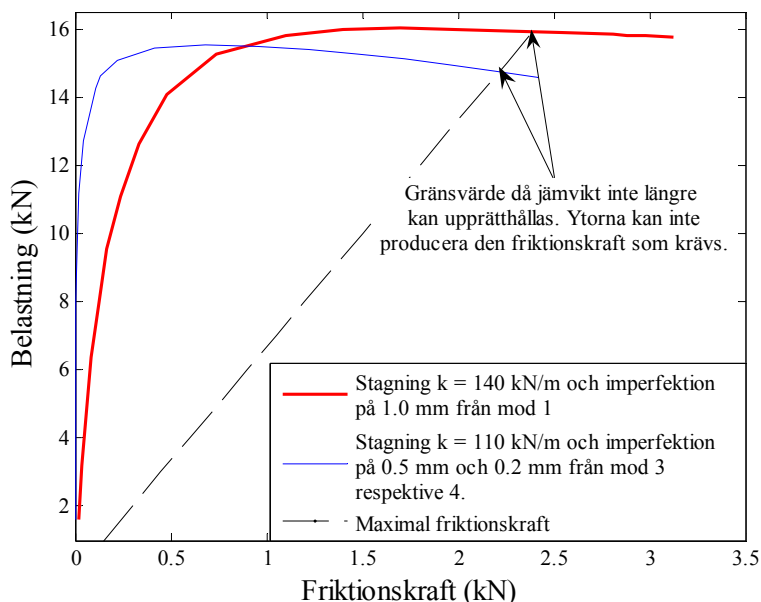


c) Avlastning till 11.5 kN. Vippning och plasticering av den tryckta kanten fortskrider. Skalfaktor 1.

Figur 1.11 Balkens beteende vid lastnivåer a – c enligt figur 1.8.

Effekt av stagning

Stagningen har införts i FE modellerna som linjära fjädrar, men i verkligheten uppkommer stagningen av friktionen mellan stålplattan och balken som vippar, se figur 1.5. Friktion vid stål mot stål är 0.15. Fjäderstyvheter som införts i FE modellerna får inte ge upphov till friktionskoefficienter som överskrider detta värde inom det intervall som uppmättes i labbet. Vid labbförsöket avslutades mätningen direkt efter att maximala belastningen uppmätts. Figur 1.12 illustrerar fjäderkraften, eller analogt friktionskraften, vid ena plattan vid varierande belastningsnivå.



Figur 1.12 Beräknad friktionskraft vid belastning.

För lastkombinationen med stagning $k = 140$ kN/m uppträder friktionskraft tidigt mellan stålplattan och balken. Detta beror på att vid denna modell har balken givits imperfektion enligt

första moden, vilket innebär att finns en initiell utböjning i fjäderns riktning vid belastningspunkterna. Vid modellen med stagning $k = 110$ kN/m har imperfektioner importerats från tredje och fjärde moden. Vid dessa moder har belastningspunkterna väldigt liten initiell utböjning och därmed liten fjäderkraft. Den streckade linjen i Figur 1.12 illustrerar maximala friktionskraften som kan uppkomma mellan plattan och balken utan att glidning uppstår. Att beräkningarna överskrider detta värde skulle innebära att mätupställningen skulle rasa. Detta uppträder ungefär vid samma mittnedböjning 14,6 mm respektive 14,7 mm för balken med $k = 110$ kN/m respektive $k = 140$ kN/m. Vid balken med stagningen $k = 110$ kN/m uppträder denna nedböjning relativt långt efter att maximala lasten uppträtt, medan för balken med stagning $k = 140$ kN/m inträffar detta strax efter maxlasten uppträtt. För att illustrera skillnaden mellan dessa två balkar har förhållandet på fjäderkraften och maximal friktion för att undvika glidning beräknats för beräkningssteget med maximala belastningen och resultatet presenteras i Tabell 1.1. Om kvoten skulle vara större än 0.15 skulle glidning uppträda.

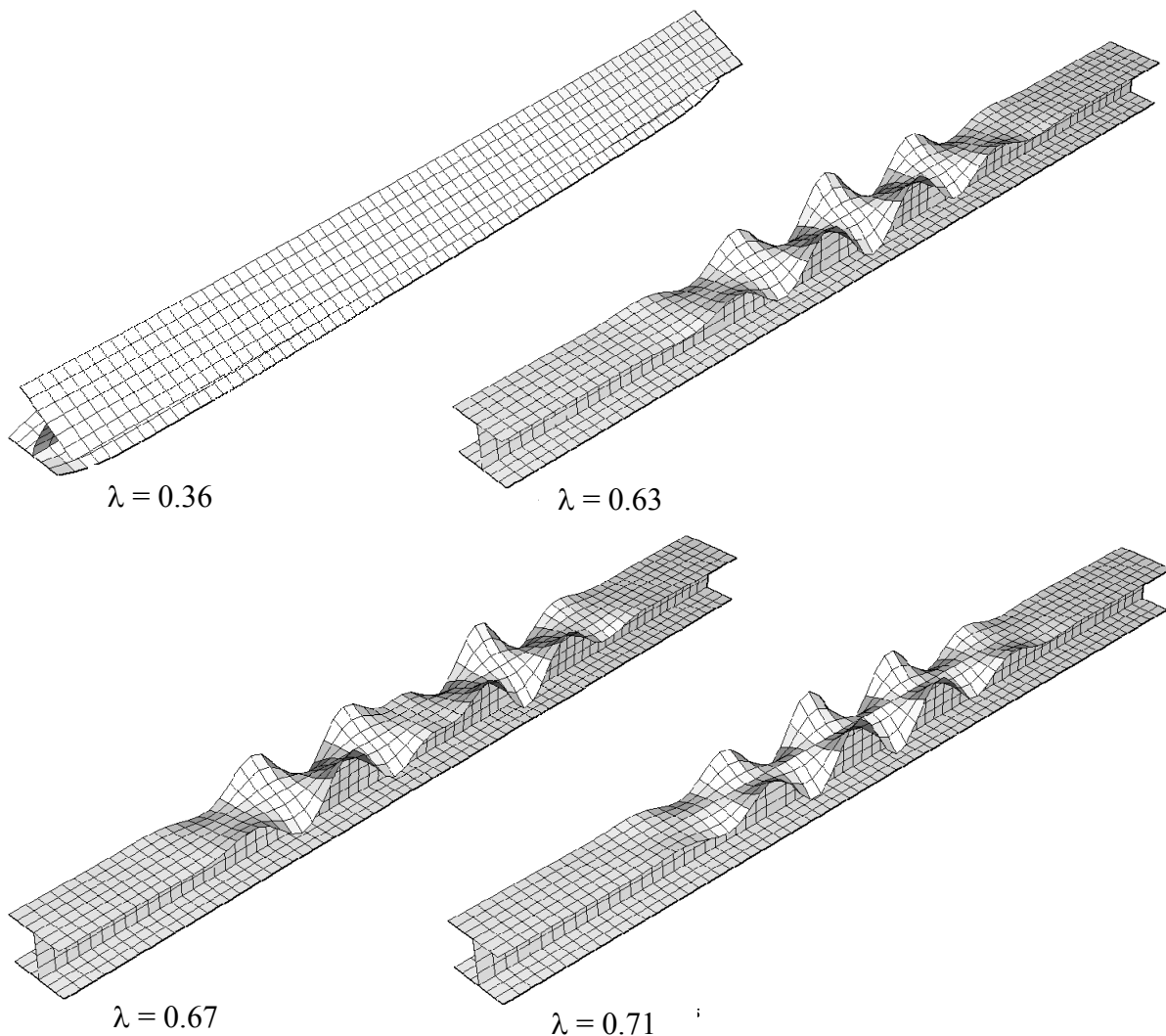
Tabell 1.1 *Friktion vid bärförmåga.*

Kombination	Belastning (kN)	$F_{\text{fjäder}}$ (N)	$F_{\text{fjäder}}/F_{\text{max friktion}}$
Stagning $k=110$ kN/m			
Mod 3 = 0.5 mm	15.5	356	0.04
Mod 4 = 0.2 mm			
Stagning $k=140$ kN/m			
Mod 1 = 1.0 mm	16.1	856	0.11

Vid den första kombinationen i tabell 1.1 fås en väldigt låg utnyttjande vid maximal belastning på endast 0.04. Detta beror på att i första kombinationen har balken ingen imperfektion som initierat ger utböjning i lastpunkterna. Denna utböjning inträffar då totala lasten är ca 10 kN, enligt Figur 1.12. Den andra kombinationen med stagning med fjäderstyvheten 140 kN/m och imperfektion från första moden, ger ett mer rimligt beteende där viss utböjning inträffar från början. Utnyttjandet blir 0.11 vid maximala lasten vilket är en relativt nära friktionskoefficienten för stål 0.15. Detta är ett mer rimligt värde på utnyttjandet, eftersom det är ett instabilitetsproblem där glidning borde uppträda vid plattan ganska snart efter att maximala belastningen uppträtt.

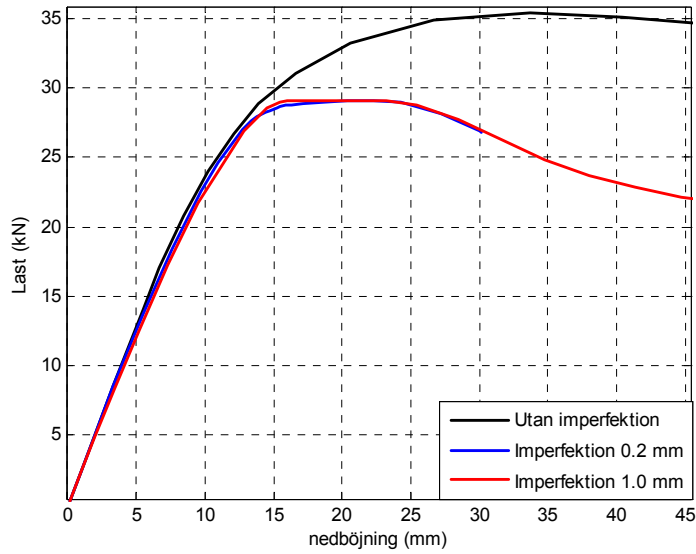
Resultat balk B – flänsbuckling

Balk B är lika hög som balk A fast har nästan dubbelt så breda flänsar vilket medför att balken flänsbucklar. Balkens kapacitet uppmättes i labbet till 24.5 kN.



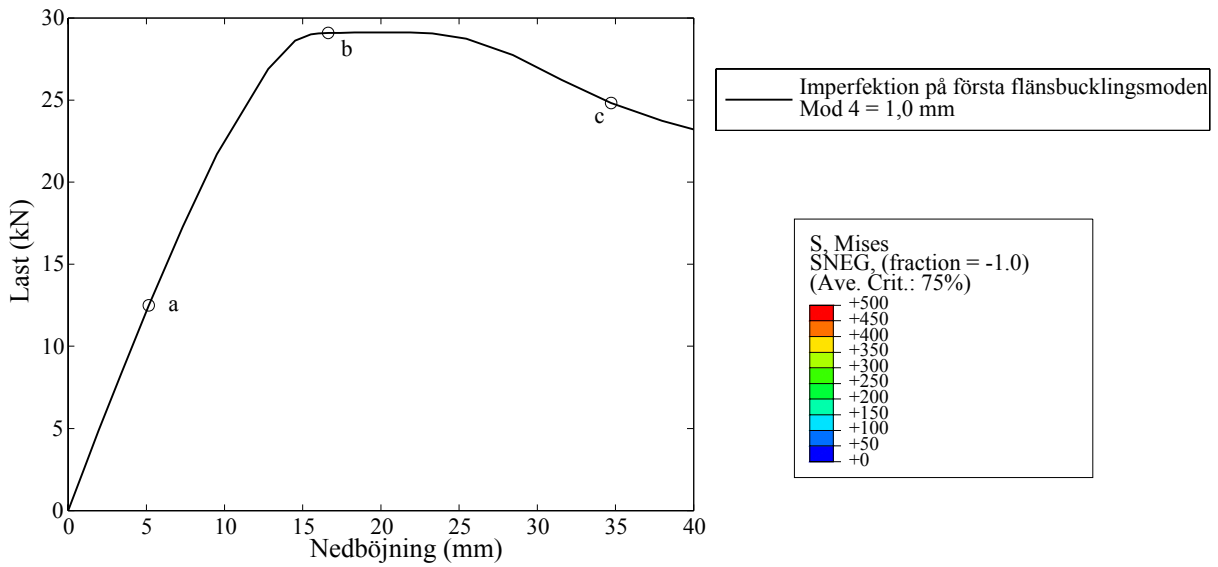
Figur 1.13 De fyra första bucklingsmoderna för balk B.

Vid belastning böjer balken varvid den tryckta överflänsen bucklar. Detta inträffar även om balken är imperfektionsfri. Eftersom balken inte vippar ut åt något håll har inte effekter av stagnering någon betydelse. Figur 1.14 visar att lastkapaciteten är i princip densamma om imperfektionerna är 0.2 mm eller 1.0 mm, men båda ger större last än labbförsöket.

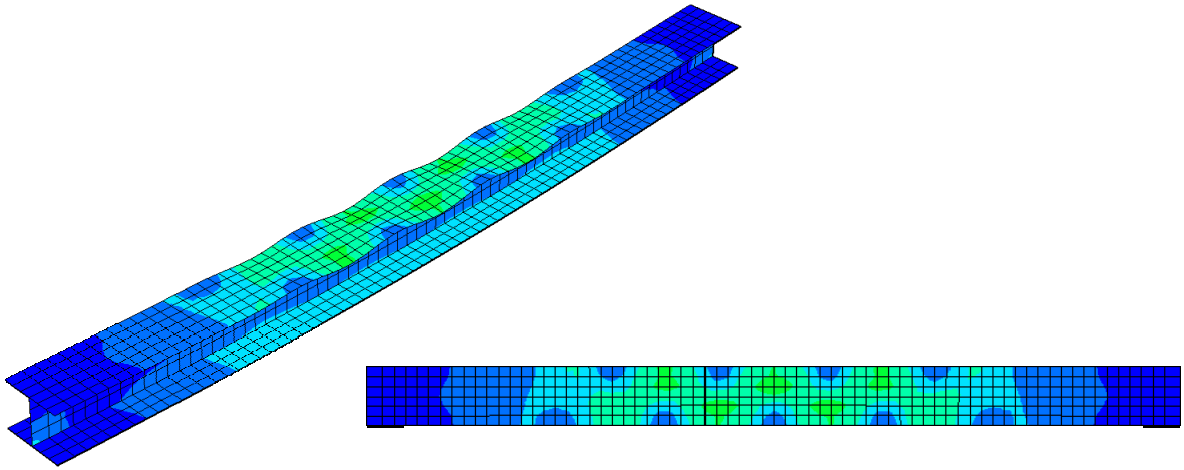


Figur 1.14 Last – deformationskurva från FEM modell med och utan imperfektioner.

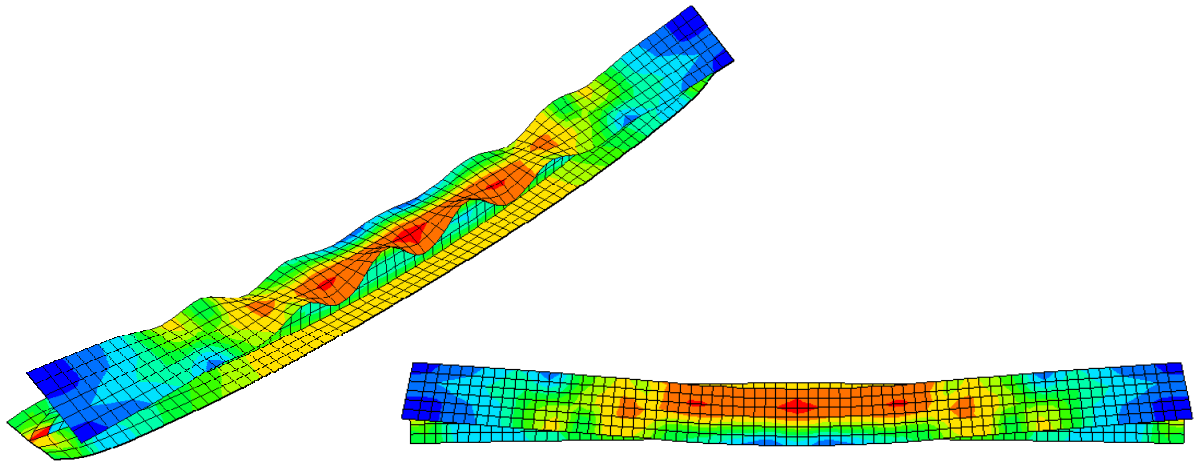
Figur 1.15 och 1.16 illustrerar händelseförloppet vid ökad belastning för fallet med 1.0 mm imperfektion på första fläsbucklingsmoden.



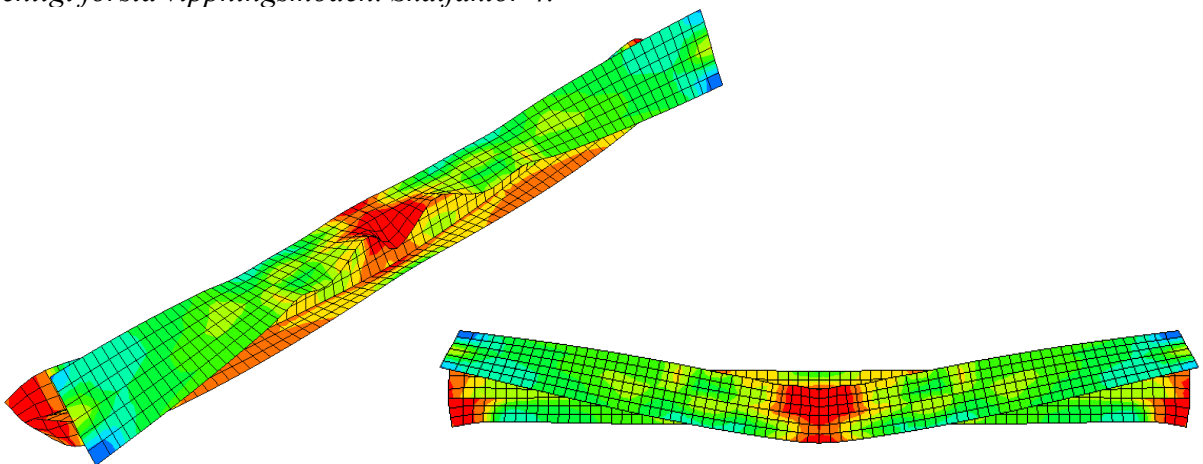
Figur 1.15 Last deformationskurva för balk med imperfektioner 1 mm.



a) Lastnivå 12 kN, linjärt samband mellan last och mittnedböjning. Böjning med antydning till flänsbucklor. Skalfaktor 4.



b) Maximal last 28 kN, rotation vid upplagen som orsakas av att balken vippar enligt första vippningsmoden. Skalfaktor 4.



c) Avlastning till 25 kN. Plasticering sker vid överflänsens tryckta kant i fältmitt och vid underflänsen vid upplagen. Skalfaktor 2.

Figur 1.13 Balkens beteende vid lastnivåer a – c enligt figur 1.12.

Sammanfattning

Att FEM modellera ett observerat och uppmätt instabilitetsproblem är relativt komplicerat. I denna uppgift har flera beräkningar gjorts som ger goda approximationer av bärförmågan, trots att förutsättningarna kan skilja.

För balken som vippar har två stycken modeller framtagits som båda ger ett rimligt resultat och beteende. Dessa modeller har modellerats med I-tvårsnitt, men det borde inte ha särskilt stor inverkan på modellen eftersom detta endast har liten påverkan på det globala beteendet. Vid stagning $k=140$ kN/m erhålls en lastkoefficient på 1.01 av uppmätt belastning och vid stagning $k=110$ kN/m erhålls 0.97. Dessa modeller skiljer sig dock i inverkan av stagning och imperfektioner. Det går inte att säkerhet hävda att den ena modellen är bättre än den andra, eftersom det ända som vi har från försöket är uppmätt bärförmåga och observerat beteende. För balken som vippar är det dock rimligt att anta balken med stagning med fjäderkonstanten $k = 140$ kN/m är den som ger bättre utnyttjande av friktionen mellan lastanordning och balk. Det är rimligt att anta att denna friktionskraft övervinns ganska snart efter att maximala bärförmågan uppträtt. Det finns osäkerheter vid mätningarna som komplicerar problemet, eftersom t.ex. initialspänningar, imperfektioner och effekten av stagning är helt okända. Det skulle dock gå att bestämma vilken av de två vippningsmodellerna som ger bäst överensstämmelse med försöken om en jämförelse med last-deformationskurvan från mätningarna skulle kunna göras.

Vid den andra balken där överflänsen bucklar beräknades bärförmågan till 29 kN, vilket är högre än den uppmätta på 24.5 kN/m. Vid denna beräkning finns det flera faktorer som bidrar till att bärförmågan överskattas. Vid FEM beräkningarna har ett I-tvårsnitt med räta flänsar och liv använts. Vid modellering av denna balk borde detta ha en inte försumbar inverkan eftersom flänsen blir aningen styvare vilket påverkar den lokala flänsbucklingen. En annan bidragande orsak är att lasterna modellerats förenklades till punktlaster och därmed inkluderas inte lastspridningen som uppstår vid mätningarna. Problemet är att om lastspridningen inkluderas eller om en större imperfektion importeras än den som används, så kommer även denna balk att vipa. För att förhindra denna vippning måste i så fall även stagning införas i denna modell.

FEM modellerna som tagits fram i denna uppgift beskriver dock på ett fullt tillfredsställande sätt både beteende och bärförmågan vid instabilitet.